

2.2.4.2. Расчет по деформациям

Расчет по деформациям можно не производить, если отношение пролета к высоте элемента не превышает значений [5, формула (7.16a) или (7.16b)]. В данном случае при $\rho > \rho_0$

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right],$$

где $K = 1$ — коэффициент, учитывающий различные статические системы [5, табл. 7.4N]; $\rho_0 = 10^{-3} \sqrt{f_{ck}} = 10^{-3} \sqrt{25} = 0,005$ — рекомендуемый коэффициент армирования;

$\rho = \frac{A_{s,prov}}{b \cdot d} = \frac{760}{140 \cdot 407} = 0,013$ — фактический коэффициент армирования для растянутой арматуры в середине пролета для восприятия момента от расчетной нагрузки; ρ' — то же для сжатой арматуры ($\rho' = 0$).

$$\frac{6100}{407} = 14,98 > l/d = 1 \left[11 + 1,5 \sqrt{25} \frac{0,005}{0,013 - 0} + \frac{1}{12} \sqrt{25} \cdot \sqrt{\frac{0}{0,005}} \right] = 13,9.$$

Коэффициент по формуле (7.17)

$$\frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{f_{yk} \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}}} = \frac{500 \cdot 760}{400 \cdot 683} = 1,391.$$

При отношении ширины полки к ширине ребра более «трех» величина, вычисленная по формуле (7.16b), умножается на коэффициент 0,8 [5, п. 7.4.2(2)]. Окончательно получается

$\frac{l}{d} = 13,9 \cdot 1,391 \cdot 0,8 = 15,47 > \frac{6100}{407} = 14,98$ — расчет плиты по деформациям не требуется.

Примечание

При наличии специальных графиков (см. рис. 30) предельное отношение l/d может приниматься непосредственно из [5, табл. 7.4N] и корректироваться с использованием выше вычисленных коэффициентов (1,391 и 0,8).

Дополнительно рассматривается расчет прогиба плиты более точным способом. Методика расчета прогиба с использованием кривизны приводится в [5, п. 7.4.3], вычисление кривизны — в [8, п. 8.4.5.3].

Кривизна от продолжительного действия нагрузок рассчитывается для сечения плиты в середине пролета. Момент при рассматриваемом сочетании нагрузок равен $M_{Ed,2} = 66,84$ кН·м (см. выше п. 2.2.3.5.1). Сопротивление бетона при растяжении $f_{ctm} = 2,6$ Н/мм², модуль упругости бетона $E_{cm} = 31$ кН/мм², коэффициент ползучести $\varphi(\infty, t_0) = 2$, деформация свободной усадки $\epsilon_{cs} = 300 \cdot 10^{-6}$.

Определяются геометрические характеристики сечения без трещины (рис. 6). Положение центра тяжести

$$x_m = \frac{1475 \cdot 50 \cdot 25 + 140 \cdot 400 \cdot 250}{1475 \cdot 50 + 140 \cdot 400} = 122,1 \text{ мм.}$$

Момент инерции сечения

$$I = \frac{1475 \cdot 50^3}{12} + 1475 \cdot 50(122,1 - 25)^2 + \frac{140 \cdot 400^3}{12} + 140 \cdot 400(327,9 - 200)^2 = 237,35 \cdot 10^7 \text{ мм}^4.$$

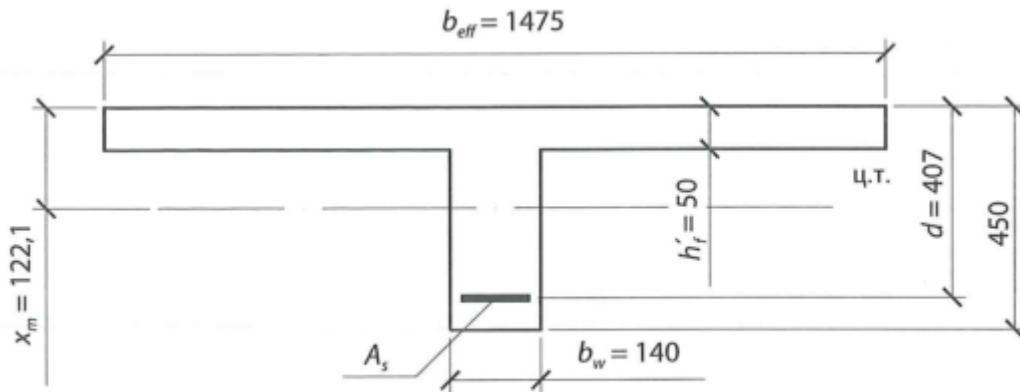


Рис. 6. Приведенное сечение плиты без трещины

$$x_m = S / A; \quad A = b_{eff} \cdot h_f' + b_w \cdot (h - h_f');$$

$$S = b_{eff} \cdot h_f' \cdot 0,5 \cdot h_f' + b_w \cdot (h - h_f') \cdot (0,5 \cdot h + 0,5 \cdot h_f').$$

$$I = b_{eff} \cdot h_f'^3 / 12 + b_{eff} \cdot h_f' \cdot (x_m - 0,5 \cdot h_f')^2 + b_w \cdot (h - h_f')^3 / 12 + b_w \cdot (h - h_f') \cdot [(h - x_m - 0,5 \cdot (h - h_f'))^2].$$

Момент трещинообразования определяется следующим образом:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_r = 2,6 \cdot 724 \cdot 10^4 = 188,2 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 18,82 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

где $W_r = 237,35 \cdot 10^7 / (450 - 122,1) = 724 \cdot 10^4 \text{ мм}^3$ — момент сопротивления сечения для крайнего растянутого волокна.

$$W_r = I / (h - x_m).$$

При условии $M_{cr} = 18,82 \text{ кН} \cdot \text{м} < M_{Ed,2} = 66,84 \text{ кН} \cdot \text{м}$ в сечении возникнут трещины.

Деформации ползучести можно рассчитать по методу эффективного модуля. Эффективный модуль упругости с учетом ползучести рассчитывается следующим образом:

$$E_{c,eff} = E_{cm} / (1 + \phi(\infty, t_0)) = 31 / (1 + 2) = 10,3 \text{ кН} / \text{мм}^2.$$

Кривизна сечения без трещин

$$(1/r)_1 = M_{Ed,2} / (E_{c,eff} \cdot I) = 66,84 \cdot 10^6 / (10,3 \cdot 10^3 \cdot 237,35 \cdot 10^7) = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}.$$

В данном случае не учтено влияние арматуры на момент инерции сечения в стадии без трещин. Это влияние может быть учтено, однако окончательный результат будет отличаться незначительно.

Расчетное соотношение модулей

$$\alpha_e = E_s / E_{c,eff} = 200 / 10,3 = 19,4.$$

Определяются геометрические характеристики сечения с трещиной (рис. 7). Из условия, что статический момент относительно центра тяжести сечения равен нулю

$$b_{eff} \cdot 50(x - 25) + 140(x - 50)^2 \cdot 0,5 = \alpha_e \cdot A_s(d - x),$$

определяется центр тяжести сечения с трещиной. При подстановке значений в равенство

$$1475 \cdot 50(x - 25) + 140(x - 50)^2 \cdot 0,5 = 19,4 \cdot 760(407 - x)$$

получается квадратное уравнение вида $x^2 + 1164x - 109565 = 0$.

Для сечения с трещиной $x = 87,5 \text{ мм}$.

Для квадратного уравнения вида $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, положительный корень x определится по формуле $x = [-b + (b^2 - 4 \cdot a \cdot c)^{1/2}] / (2 \cdot a)$.

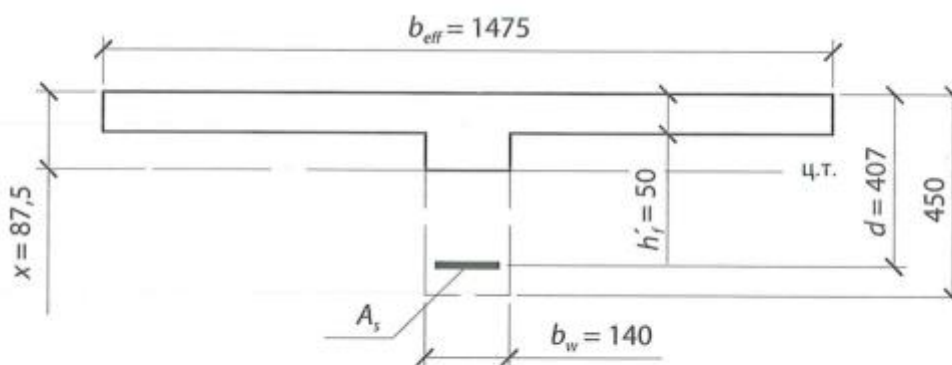


Рис. 7. Приведенное сечение плиты с трещиной

С появлением трещин при изгибе жесткость плиты уменьшается. Плечо внутренней пары сил для таврового сечения допускается принимать равным $z = 0,8d$ [10, п. 8.2.16].

Напряжение в арматуре

$$\sigma_s = M_{Ed,2} / (A_s \cdot 0,8 \cdot d) = 66,84 \cdot 10^6 / (760 \cdot 0,8 \cdot 407) = 270 \text{ Н/мм}^2.$$

Исходя из этого кривизна сечения с трещиной может быть вычислена как

$$(1/r)_2 = \frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\sigma_s / E_s}{d-x} = \frac{270 / (2 \cdot 10^5)}{(407 - 87,5)} = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}.$$

Рассчитывается коэффициент распределения ζ .

Напряжение в стали в момент трещинообразования будет пропорционально напряжению от расчетного момента и составит

$$\sigma_{sr} = \sigma_s \cdot M_{cr} / M_{Ed,2} = 270 \cdot 18,82 / 66,84 = 76,0 \text{ Н/мм}^2.$$

При длительной нагрузке $\beta = 0,5$ [5, п. 7.4.3, формула (7.19)]:

$$\zeta = 1 - \beta (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2 = 1 - 0,5 (76,0 / 270)^2 = 0,96.$$

Кривизна (без учета усадки бетона) определяется по [5, п. 7.4.3, формула (7.18)]

$$(1/r) = \zeta (1/r)_2 + (1 - \zeta) (1/r)_1 = (0,96 \cdot 4,2 + 0,04 \cdot 2,7) 10^{-6} = 4,14 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}.$$

Прогиб в середине пролета плиты определяется по упрощенной формуле [8, п. 8.4.5.5]

$$a = k \cdot L^2 (1/r) = 0,104 \cdot 6,1^2 \cdot 4,14 = 16,0 \text{ мм} < \frac{L}{250} = \frac{6100}{250} = 24,4 \text{ мм} [5, п. 7.4.1(4)],$$

где k — постоянная, зависящая от формы эпюры изгибающих моментов. При равномерно распределенной нагрузке для свободно опертой балки $k = 0,104$ [8, табл. 8.5]; $L = 6,1$ м — расчетный пролет плиты.

Влияние усадочных деформаций бетона для сборных железобетонных конструкций следует в дальнейшем уточнить. В данном случае для иллюстрации производится расчет кривизны элемента от усадки бетона.

Рассчитывается кривизна от усадки $\varepsilon_{cs} = 300 \cdot 10^{-6}$ для сечения без трещины:

$$(1/r)_{cs1} = 300 \cdot 10^{-6} \cdot 19,4 \cdot 760 (407 - 122,1) / (237,35 \cdot 10^7) = 0,53 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}.$$

$$(1/r)_{cs1} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_m) / I.$$

Для сечения с трещиной момент инерции

$$I_r = \frac{1475 \cdot 50^3}{12} + 1475 \cdot 50 \cdot 62,5^2 + \frac{140 \cdot 37,5^3}{12} + 140 \cdot 37,5 \cdot 18,75^2 + 19,4 \cdot 760 (407 - 87,5)^2 = 181,1 \cdot 10^7 \text{ мм}^4.$$

$$I_r = b_{eff} \cdot h_f'^3 / 12 + b_{eff} \cdot h_f' \cdot (x - 0,5 \cdot h_f')^2 + b_w \cdot (x - h_f')^3 / 12 + b_w \cdot (x - h_f') \cdot [0,5 \cdot (x - h_f')]^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x)^2.$$

Рассчитывается кривизна от усадки для сечения с трещиной:

$$(1/r)_{cs2} = 300 \cdot 10^{-6} \cdot 19,4 \cdot 760 (407 - 87,5) / (181,1 \cdot 10^7) = 0,78 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}.$$

$$(1/r)_{cs2} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x) / I_r.$$

Используя тот же коэффициент распределения ζ , что и при расчете кривизны при воздействии нагрузки, кривизну от усадки можно рассчитать следующим образом:

$$(1/r)_{cs} = (0,96 \cdot 0,78 + 0,04 \cdot 0,53)10^{-6} = 0,77 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}.$$

$$(1/r)_{cs} = \zeta * (1/r)_{cs2} + (1 - \zeta) * (1/r)_{cs1}.$$

Общая кривизна составляет

$$(4,14 + 0,77)10^{-6} = 4,91 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}.$$

$$(1/r)_{sum} = (1/r) + (1/r)_{cs}.$$

Прогиб в середине пролета плиты

$$a = 0,104 \cdot 6,1^2 \cdot 4,91 = 19,0 \text{ мм} < 24,4 \text{ мм (по нормам РФ: } f = 16,1 \text{ мм} < 30 \text{ мм)}.$$

$$a = k * L^2 * (1/r)_{sum}.$$